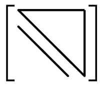
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Mathematik – Institut für Analysis und Numerik
Max-Planck-Institut für Dynamik komplexer technischer Systeme
Computational Methods for Systems and Control Theory

Wintersemester 2015/16
Dr. Sara Grundel
Carolin Penke

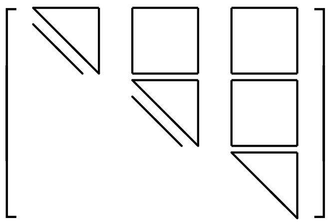
Francis QR Algorithmus

Input: $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, Toleranz tol.
Output: $H \in \mathbb{R}^{n\times n}$, die Schurform von A; $Q \in \mathbb{R}^{n\times n}$ orthogonal so, daß $H = Q^T AQ$.

Berechne $Q \in \mathbb{R}^{n\times n}$ so daß $H = Q^T AQ =$ .
$q := 0$.
while $q < n$ **do**
    Bestimme alle $j \in \{1, \dots, n\}$ mit ("EISPACK Bedingung für Deflation")

$$|h_{j+1,j}| \leq tol \cdot \mathbf{u}(|h_{jj}| + |h_{j+1,j+1}|).$$

    Für diese j, setze $h_{j+1,j} := 0$.
    Deflation: Finde $p, q \in \{0, 1, \dots, n\}$ mit p minimal und q maximal so daß

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ & H_{22} & H_{23} \\ & & H_{33} \end{bmatrix} =$$  ,

    wobei $H_{11} \in \mathbb{R}^{p\times p}$ obere Hessenbergmatrix, $H_{22} \in \mathbb{R}^{n-p-q\times n-p-q}$ unreduzierte obere Hessenbergmatrix, $H_{33} \in \mathbb{R}^{q\times q}$ quasi-obere Dreiecksmatrix.
    Bringe H_{33} in obere Schurform, $H_{33} := Q_{33}^T H_{33} Q_{33}$.
    $H_{23} := H_{23}Q_{33}$, $H_{13} := H_{13}Q_{33}$.
    $Q := Q \cdot \operatorname{diag}(I_p, I_{n-p-q}, Q_{33})$.
    if $q < n$ **then**
        Führe einen impliziten Francis QR Schritt für H_{22} aus und setze $H_{22} := Q_{22}^T H_{22} Q_{22}$, wobei Q_{22} die orthogonale Transformationsmatrix aus dem QR Schritt ist.
        $H_{12} := H_{12}Q_{22}$, $H_{23} := Q_{22}^T H_{23}$.
        $Q := Q \cdot \operatorname{diag}(I_p, Q_{22}, I_q)$.
    end if
end while