Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Mathematik – Institut für Analysis und Numerik
Max-Planck-Institut für Dynamik komplexer technischer Systeme
Computational Methods for Systems and Control Theory

Wintersemester 2015/16

Dr. Sara Grundel
Carolin Penke

Numerische Lineare Algebra (Eigenwertprobleme) – 4. Übung

Aufgabe 1 **(Verschärfung des Satzes von Gerschgorin)**

Sei $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}$.

a) Bestimme Näeherungen für die Eigenwerte der Matrix A mit Hilfe der Gerschgorin Kreise.

b) Finde ein geeignetes $\alpha \neq 0$ so dass $D = \mathrm{diag}(1, \alpha, \alpha^2)$ die Matrix A in B transformiert $B = D^{-1}AD$, so dass der Kreis um 1 isoliert wird. Welche Abschätzung erhählt man für den Eigenwert nahe der 1.

Aufgabe 2 **(Störung im Eigenvektor)**

Sei $A = \begin{bmatrix} 1 & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & 1 & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & 1 \end{bmatrix}$ mit $\epsilon \in \mathbb{R}$

a) Was ist der Eigenwert zum Eigenvektor $(1, 1, 1)^T$.

b) Bestimme nun die Eigenwerte und Eigenvektoren zu der Matrix A-B mit $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \epsilon \\ 0 & 0 & 0 \\ \epsilon & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

c) Berechne $\alpha = \min \left\{ \frac{\|y-x\|_2}{\|x\|_2} : x = (1, 1, 1)^T, y \text{ Eigenvektor von } A - B \right\}$, die Störung in den Eigenvektoren. Vergleiche diese mit der Störung im Eigenwert.