

Numerische Mathematik– 3. Hausaufgabe

Abgabetermin: 29./30.4.2009
(in der jeweiligen Übungsgruppe)

Theoretische Aufgaben

Aufgabe 1 (3 Punkte) (relativer Fehler in der Praxis)

Sei x die exakte und \hat{x} die berechnete Lösung eines Problems. Anstatt der üblichen Definition für den relativen Fehler, $E_{rel}(\hat{x}) = |x - \hat{x}|/|x|$, wird oft auch $\tilde{E}_{rel}(\hat{x}) = |x - \hat{x}|/|\hat{x}|$ verwendet. Finden Sie Ungleichungen, die $\tilde{E}_{rel}(\hat{x})$ in Bezug zu $E_{rel}(\hat{x})$ setzen. Ist die Verwendung von \tilde{E} anstelle von E gerechtfertigt?

Aufgabe 2 (3 Punkte) (Äquivalenz bei Matrixnormen)

Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Weisen Sie die Gültigkeit der folgenden Ungleichung nach:

$$\frac{1}{\sqrt{m}} \|A\|_1 \leq \|A\|_2 \leq \sqrt{n} \|A\|_1$$

Programmieraufgaben

Aufgabe 1 (3 Punkte) (IEEE 754 Konformität)

Erstellen Sie ein MATLAB-Script zur Berechnung der folgenden Ausdrücke:

- a) $1^\infty, 2^\infty$
- b) $e^\infty, e^{-\infty}$
- c) $\text{sign}(\text{NaN}), \text{sign}(-\text{NaN})$
- d) $\text{NaN}^0, \infty^0, 1^{\text{NaN}}$
- e) $\ln(\infty), \ln(-\infty), \ln(0)$

Aufgabe 2 (2 Punkte) (Maschinenepsilon in MATLAB)

Erstellen Sie ein MATLAB-Programm, mit dessen Hilfe das Maschinenepsilon in folgender Weise bestimmt wird: beginnend mit dem Wert $x = 1$ wird die Summe $1 + x$ berechnet und mit 1 verglichen. Solange die Summe verschieden von 1 ist, wird x halbiert und eine erneute Berechnung vorgenommen.

Eingabeparameter für das Programm: keine

Ausgabeparameter: der berechnete Wert von x

(**Zusatz:** Programmieren Sie den gleichen Algorithmus in C/Fortran und vergleichen Sie die Ergebnisse bei Übersetzung mit und ohne Optimierung (z.B. mit -O2 bei gcc). Können Sie ihre Beobachtung erklären?)