

## Numerische Mathematik– 3. Hausaufgabe

**Abgabetermin: 29./30.4.2009**  
(in der jeweiligen Übungsgruppe)

### Theoretische Aufgaben

#### **Aufgabe 1 (3 Punkte) (relativer Fehler in der Praxis)**

Sei  $x$  die exakte und  $\hat{x}$  die berechnete Lösung eines Problems. Anstatt der üblichen Definition für den relativen Fehler,  $E_{rel}(\hat{x}) = |x - \hat{x}|/|x|$ , wird oft auch  $\tilde{E}_{rel}(\hat{x}) = |x - \hat{x}|/|\hat{x}|$  verwendet. Finden Sie Ungleichungen, die  $\tilde{E}_{rel}(\hat{x})$  in Bezug zu  $E_{rel}(\hat{x})$  setzen. Ist die Verwendung von  $\tilde{E}$  anstelle von  $E$  gerechtfertigt?

#### **Aufgabe 2 (3 Punkte) (Äquivalenz bei Matrixnormen)**

Sei  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ . Weisen Sie die Gültigkeit der folgenden Ungleichung nach:

$$\frac{1}{\sqrt{m}} \|A\|_1 \leq \|A\|_2 \leq \sqrt{n} \|A\|_1$$

### Programmieraufgaben

#### **Aufgabe 1 (3 Punkte) (IEEE 754 Konformität)**

Erstellen Sie ein MATLAB-Script zur Berechnung der folgenden Ausdrücke:

- a)  $1^\infty, 2^\infty$
- b)  $e^\infty, e^{-\infty}$
- c)  $\text{sign}(\text{NaN}), \text{sign}(-\text{NaN})$
- d)  $\text{NaN}^0, \infty^0, 1^{\text{NaN}}$
- e)  $\ln(\infty), \ln(-\infty), \ln(0)$

#### **Aufgabe 2 (2 Punkte) (Maschinenepsilon in MATLAB)**

Erstellen Sie ein MATLAB-Programm, mit dessen Hilfe das Maschinenepsilon in folgender Weise bestimmt wird: beginnend mit dem Wert  $x = 1$  wird die Summe  $1 + x$  berechnet und mit 1 verglichen. Solange die Summe verschieden von 1 ist, wird  $x$  halbiert und eine erneute Berechnung vorgenommen.

Eingabeparameter für das Programm: keine

Ausgabeparameter: der berechnete Wert von  $x$

(**Zusatz:** Programmieren Sie den gleichen Algorithmus in C/Fortran und vergleichen Sie die Ergebnisse bei Übersetzung mit und ohne Optimierung (z.B. mit -O2 bei gcc). Können Sie ihre Beobachtung erklären?)